

# Innhold

<b>Velkommen til studiet</b> .....	13
Oppbygning .....	15
Sammenheng og helhet .....	16
Pedagogisk struktur .....	17
Lykke til med et spennende kurs .....	19

## **DEL I      MATEMATIKK – SKOLEFAG OG KULTURARV ..**      21

<b>Kapittel 1</b>	<b>Tall</b> .....	25
1.1	Hva er tall? .....	25
1.2	Et historisk blikk på tallsystemets utvikling .....	29
1.2.1	Additive tallsystemer .....	32
1.2.2	Siffersystemer .....	34
1.2.3	Multiplikative systemer .....	35
1.2.4	Posisjonssystemet .....	37
1.2.5	Titallsystemet og andre baser .....	39
1.2.6	Posisjonssystemer med andre baser .....	43
1.3	Ulike aspekter ved tall .....	51
1.3.1	Kardinaltall og ordinaltall .....	52
1.3.2	Tall som måltall .....	56
1.3.3	Tall som identifikasjon .....	57
1.3.4	Tall som mønstre .....	58
1.4	Regneartene .....	61
1.4.1	Addisjon .....	62
1.4.2	Subtraksjon .....	75
1.4.3	Multiplikasjon .....	81
1.4.4	Divisjon .....	101
1.4.5	Hoderegning .....	112
1.5	Brøk .....	117
1.5.1	Historisk tilbakeblikk på brøkbegrepet .....	119
1.5.2	Hva er brøk? .....	120
1.5.3	Likeverdige brøker og addisjon .....	126
1.5.4	Likeverdige brøker og sammenligning .....	133

1.5.5	Multiplikasjon av brøk .....	138
1.5.6	Divisjon med brøk .....	142
1.6	Desimaltall og prosent .....	148
1.6.1	Prosent .....	154
1.6.2	Overgang mellom desimaltall og brøk .....	155
1.7	Utvidelser av tallområdet .....	160

<b>Kapittel 2</b>	<b>Algebra</b> .....	167
2.1	Hva er algebra? .....	167
2.2	Begynneropplæring i algebra .....	174
2.2.1	Visuelle tallmønstre .....	178
2.2.2	Geometri .....	185
2.2.3	Ikke-visuelle tilnærminger .....	188
2.2.4	Konvensjoner i matematikken .....	191
2.2.5	Prealgebra og tidlig algebra .....	193
2.2.6	Misforståelser og misoppfatninger i algebralæring .....	195
2.2.7	Regneark i algebralæring .....	197
2.3	Ligninger, uttrykk og likhetstegnet .....	199
2.3.1	Problemløsning og ligninger .....	212
2.4	Regning med parenteser .....	217
2.5	Negative tall .....	223
2.6	Lineære ligningssystemer .....	230
2.6.1	Grafisk metode .....	233
2.6.2	Innsettingsmetoden .....	239
2.6.3	Addisjonsmetoden .....	240
2.7	Lineære ulikheter .....	244
2.8	Andregradsligninger .....	248
2.9	Figurtall og tallfølger .....	262
2.10	Potensregning .....	272
2.10.1	Negative eksponenter .....	283
2.10.2	Standardform for tall .....	286
2.11	Regning med algebraiske uttrykk .....	290
2.12	Primtall og delelighet .....	299
2.12.1	Grunnleggende delelighet .....	301
2.12.2	Delelighetsregler .....	306
2.12.3	Faktorisering .....	311

<b>Kapittel 3</b>	<b>Funksjoner</b> .....	323
3.1	Koordinatsystemer .....	323
3.2	Samvariasjon og grafiske fremstillinger .....	329
3.3	GeoGebra .....	332
3.4	Proporsjonalitet .....	335

3.5	Omvendt proporsjonalitet .....	342
3.6	Rette linjer .....	347
3.7	Funksjonsbegrepet .....	364
3.7.1	Tolkning av grafer .....	378
3.8	Andregradsfunksjoner .....	382
3.9	Polynomfunksjoner av grad tre og høyere .....	396
3.10	Eksponentialfunksjoner .....	402
3.10.1	Utvidelse av potensbegrepet .....	404
3.10.2	Eksponentialfunksjonen for ulike grunntall .....	407
3.10.3	Eulers tall .....	409
<b>Kapittel 4</b>	<b>Geometri og måling</b> .....	<b>413</b>
4.1	Kort om geometriens historie .....	414
4.2	Plane geometriske figurer .....	416
4.2.1	Punkter og linjer .....	416
4.2.2	Vinkler .....	419
4.2.3	Kurver, sirkler og områder .....	422
4.2.4	Mangekanter .....	427
4.3	Tredimensjonale geometriske figurer .....	436
4.3.1	Polyedre .....	438
4.4	Van Hiele-modellen .....	446
4.4.1	Nivå 1 - Visualisering .....	446
4.4.2	Nivå 2 - Analyse .....	448
4.4.3	Nivå 3 - Abstraksjon og uformell deduksjon .....	450
4.4.4	Nivå 4 - Deduksjon .....	451
4.4.5	Mer om van Hiele-modellen .....	451
4.4.6	Van Hiele-modellen, elever og lærere i norsk skole .....	452
4.5	Måling .....	453
4.5.1	Måleenheter .....	454
4.5.2	Hva er måling? .....	455
4.5.3	Måling i skolen .....	456
4.5.4	Måling av lengde .....	457
4.5.5	Måling av areal .....	464
4.5.6	Måling av volum .....	468
4.5.7	Måling av tid .....	472
4.5.8	Måleusikkerhet .....	472
4.5.9	Avrundning og usikkerhet .....	474
4.6	Areal og omkrets .....	479
4.6.1	Areal av viktige plane figurer .....	479
4.6.2	Omkrets av mangekanter og andre figurer .....	481
4.6.3	Areal og omkrets av en sirkel .....	482

4.7	Volum og overflate .....	486
4.7.1	Overflateareal til polyeder, sylinder og kjegle .....	487
4.7.2	Volum til polyeder, sylinder og kjegle .....	491
4.7.3	Overflate og volum av kule .....	495
4.8	Konstruksjon .....	496
4.9	Kongruensavbildninger .....	517
4.9.1	Vektorer .....	519
4.9.2	De fire typer av kongruensavbildninger .....	521
4.10	Symmetri .....	539
4.11	Kongruenssetningene .....	545
4.12	Formlikhet .....	551
4.13	Pytagoras' setning .....	564
4.14	Sentralvinkel og periferivinkel .....	570
4.14.1	Thales' setning .....	570
4.14.2	Konstruksjon av tangenter til sirkelen gjennom et punkt .....	575
4.15	Utforskning av geometriske sammenhenger i GeoGebra .....	577
4.16	Papirbretting .....	582
4.16.1	Litt om origamiens historie .....	583
4.16.2	Origami i skolen .....	586
4.16.3	Regulære mangekanter ved hjelp av origami .....	589
4.16.4	Geometriske figurer og symmetrier ved hjelp av origami .....	592
4.16.5	Origami og halvering .....	594
4.16.6	Origami og volum .....	597
4.17	Perspektivtegning .....	600
4.18	Trigonometri .....	604
4.19	Koordinatsystemer .....	623
4.19.1	Linjer i planet .....	624
4.19.2	Avstand til et punkt .....	626
4.19.3	Ligningen for en sirkel med sentrum i origo .....	627
4.19.4	Definisjon av cosinus og sinus for butte vinkler .....	629
4.19.5	Vektorer i koordinatsystem .....	632
4.19.6	Transformasjoner i koordinatsystem .....	636
<b>Kapittel 5</b>	<b>Bevis og argumentasjon</b> .....	<b>643</b>
5.1	Hensikten med og sikkerheten til bevis .....	644
5.2	Hva er matematisk argumentasjon? .....	645
5.3	Bevis av generelle påstander .....	648
5.4	Intuitive bevis .....	652
5.5	Visuelle bevis .....	655
5.6	Algebraiske og formelle bevis .....	658
5.7	Generiske bevis .....	660
5.8	Implikasjoner .....	662

5.9	Bevis av at noe er umulig .....	667
5.10	Bevisdidaktikk .....	669
5.11	Bevis i geometri .....	671
5.11.1	Grunnleggende geometriske bevis .....	672
5.11.2	Aksiomer .....	675
5.11.3	Deduktive geometriske bevis .....	678
<b>Kapittel 6</b>	<b>Beskrivende statistikk</b> .....	687
6.1	Tabeller og diagrammer .....	689
6.1.1	Diagrammer i regneark .....	696
6.2	Sentralmål .....	703
6.2.1	Middelverdi .....	703
6.2.2	Typetall .....	705
6.2.3	Median .....	706
6.3	Spredningsmål .....	712
6.3.1	Variasjonsbredde .....	712
6.3.2	Kvartilbredde .....	713
6.3.3	Normalfordeling og standardavvik .....	719
6.3.4	Misbruk av statistikk .....	724
<b>Kapittel 7</b>	<b>Sannsynlighet</b> .....	727
7.1	Sannsynlighetsbegrepet .....	728
7.1.1	Teoretisk og empirisk sannsynlighet .....	729
7.1.2	Subjektiv sannsynlighet .....	733
7.1.3	Tilfeldige forsøk .....	734
7.1.4	Empirisk sannsynlighet og store talls lov .....	738
7.1.5	Utfall med forskjellig sannsynlighet .....	742
7.2	Sannsynlighetsmodeller .....	747
7.2.1	Realistiske og urealistiske sannsynlighetsmodeller .....	758
7.2.2	Simulering av tilfeldige forsøk .....	761
7.3	Erfaring, språk og læring .....	762
7.4	Sammensatte forsøk .....	766
7.4.1	Multiplikasjonssetningen for sammensatte forsøk .....	773
7.4.2	Komplement og komplementære hendelser .....	783
7.5	Sannsynlighetsregningens historie .....	788
7.6	Mengder og sannsynlighet .....	790
7.7	Betinget sannsynlighet .....	798
7.8	Kombinatorikk .....	814
7.8.1	Rekkefølger .....	816
7.8.2	Ordnete utvalg med tilbakelegging .....	822
7.8.3	Ordnete utvalg uten tilbakelegging .....	825
7.8.4	Uordnete utvalg uten tilbakelegging .....	828

7.9	Binomisk sannsynlighetsfordeling .....	834
7.10	Hypergeometrisk sannsynlighetsfordeling .....	839
	<b>Litteratur</b> .....	843

## **DEL II**      **ELEVEN – SKAPENDE SOSIALT INDIVID I MØTE MED SAMFUNN OG KULTUR** .....

849

<b>Kapittel 1</b>	<b>Læring og læringsteorier</b> .....	851
1.1	Innledning – Et brev til leseren .....	851
1.2	Noen viktige spørsmål til deg som lærer .....	855
1.3	Læreren – og lærerens pedagogiske plattform .....	858
1.3.1	Generell pedagogisk plattform .....	860
1.3.2	Matematikkdidaktikk som del av den pedagogiske plattformen .....	865
1.3.3	Fagsynet i Kunnskapsløftet (LK06) .....	866
1.4	Læring og teorier om læring .....	871
1.4.1	Definisjoner av begrepet læring .....	872
1.4.2	Om læringsteorier .....	875
1.4.3	Behaviorisme – læring som overføring (flaskepåfylling) .....	876
1.4.4	Kognitivismen – læring som tilegnelse .....	884
1.4.5	Sosikulturelt perspektiv – læring som deltakelse .....	898
1.4.6	Oppsummering om læringsteorier .....	920
1.5	Den lærende .....	921
1.5.1	Forutsetninger for læring – Fornuft og følelser .....	923
1.5.2	Barn lærer på forskjellige måter .....	925
1.5.3	Oppsummering og avslutning .....	929

<b>Kapittel 2</b>	<b>Dagens grunnskole</b> .....	931
2.1	Læreplanhistorie .....	932
2.2	Gjeldende læreplan og rammeverk .....	933
2.2.1	Generell del .....	934
2.2.2	Prinsipper for opplæringen .....	938
2.2.3	Grunnleggende ferdigheter .....	940
2.2.4	Matematisk kompetanse .....	944
2.2.5	Læreplanen i matematikk .....	959
2.2.6	Å kunne regne i andre fag .....	976
2.3	Matematikklærers kompetanse .....	992
2.3.1	Matematikkfaglig kompetanse .....	992
2.3.2	Øvrig matematikklærerkompetanse .....	993

<b>Kapittel 3</b>	<b>Didaktiske verktøy</b> .....	1001
3.1	Kognitive kart .....	1002
3.2	Diagnostisk undervisning .....	1010
3.2.1	Misoppfatninger .....	1011
3.2.2	Diagnostiske oppgaver .....	1014
3.2.3	Oppfølging av diagnostiske oppgaver .....	1016
3.3	Tilpasset opplæring .....	1021
3.3.1	Elever som sliter med matematikken .....	1023
3.3.2	Elever som lykkes med matematikk .....	1025
3.4	Undersøkelandskap .....	1029
3.4.1	Skovsmoses oppgavetyper .....	1031
3.4.2	Didaktiske refleksjoner .....	1035
3.5	Matematisk problemløsning .....	1037
3.6	Digitale verktøy .....	1042
3.6.1	GeoGebra .....	1042
3.6.2	Regneark .....	1047
3.6.3	Å skrive formler i tekstbehandling .....	1050
3.6.4	Nettressurser for matematikkundervisning .....	1051
3.7	Læringsarenaer .....	1053
3.7.1	Valg av læringsarena .....	1055
3.7.2	Stasjonsundervisning .....	1055
3.7.3	Selvstendig arbeid .....	1056
<b>Kapittel 4</b>	<b>Språk, representasjon og kommunikasjon</b> .....	1059
4.1	Semiotikk .....	1059
4.2	Læring av tegn og begreper .....	1067
4.3	Representasjoner .....	1074
4.4	Visualisering og konkretisering .....	1077
4.5	Didaktiske refleksjoner om bruk av IKT .....	1085
4.6	Det flerkulturelle aspektet .....	1088
4.6.1	Flerkulturelle elever .....	1088
4.6.2	Telling og tallord .....	1091
4.6.3	Ord og symboler for brøk .....	1094
4.6.4	Tid .....	1096
4.6.5	Hvor mye eller hvor mange? .....	1098
4.6.6	Leseretning .....	1099
	<b>Litteratur</b> .....	1103
	<b>Presentasjon av redaktører og bidragsyttere</b> .....	1109
	<b>Bidelleste</b> .....	1110
	<b>Stikkord</b> .....	1111