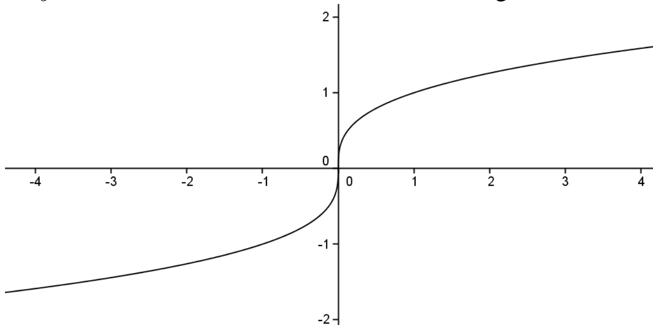
FASIT QED5-10, DEL I, KAPITTEL 3

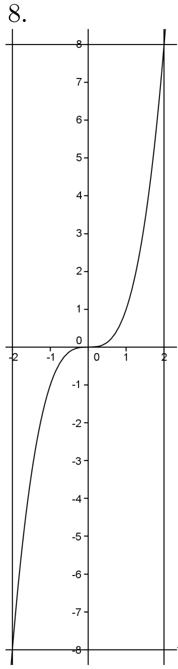
1. $C(3,3)$ og $D(0,3)$ hvis A, B, C, D kommer i positiv retning. Negativ retning gir $C(3,-3)$ og $D(0,-3)$.
2. $(8,2)$
3. **a)** $A'(-2,1)$,$B'(-5,2)$, $C'(-4,7)$.
b) $A''(-2,-1)$,$B''(-5,-2)$, $C''(-4,-7)$.
c) (a,b) avbildes på $(-a,-b)$. Rotasjon om origo 180 grader. Kalles også speiling om origo.
5. Slik oppgaven står er grafen den rette linja $y = x$. Den har svært mange symmetrier, blant annet speilingssymmetri om alle normaler til linja. Forfatteren bak oppgaven hadde imidlertid ment oppgaven annerledes, se liste over trykkfeil. I rettet versjon er $y = |x|$, dvs. y er lik avstanden fra x til origo. Grafen er symmetrisk om x-aksen.
6. Ligningen for linja er $y = \frac{1}{2}x$.
9. I tidsrommet fra start til 30 min er gjennomsnittsfarten A: 50 km/t og B: 60 km/t. I tidsrommet fra start til 1 t er gjennomsnittsfarten C: 50 km/t og D: 45 km/t.
11. Denne oppgaven handler ikke utgangspunktet ikke om å oppdage matematiske sammenhenger, selv om det også er mulig. Hovedpoenget er rett og slett å erfare litt av det du kan gjøre i GeoGebra. Det som skjer er at du får opp en rett linje gjennom $(3,1)$ og $(5,3)$. Ligningen for denne linja forteller at y-koordinaten minus x-koordinaten er -2, eller sagt på en annen måte: x-koordinaten minus y-koordinaten er 2.
13. 2,8 s
14. $P = k \cdot M$, der P og M er mengden av henholdsvis protein og melk målt i gram, og k er proporsjonalitetskonstanten. $k = 0,033$ og forteller hvor mange gram protein det er i ett gram melk.
15. Du får den ene grafen fra den andre ved å speile om halveringslinja til toppvinklene de to linjene danner. Figuren som består av de to grafene er speilsymmetrisk om halveringslinja.
19. 220 V
22. $(\sqrt{1000}, \sqrt{1000}) \simeq (31.62, 31.62)$
23. Ligning for sammenhengen: $h = 800 - 200t$, der t måles i timer. De bruker 3,25 timer ned, dvs. 3 timer og et kvarter.
28. **a)** $y = 2x$
b) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$
29. **a)** $y = \frac{1}{7}x + \frac{9}{7}$ **b)** $y = \frac{70}{3}x - 660$
30. $y = \frac{1}{3}x - 1$
33. Linja gjennom de to punktene har ligning $y = -x + a + b$. Vinkelen mellom linjene er 90 grader.
37. $x = 4$
38. $f(x) = x + 2$
39. $f(x) = 5x + 13$
40. Denne oppgaven vil bli endret i neste utgave. Vi kan ikke uttrykke addisjon av to funksjoner med slike flytdiagrammer vi ser på her. Derimot kan vi gjøre det hvis vi skriver om funksjonen ved å fullføre kvadratet, se kapittel 2.8, Del I. Dette gir $f(x) = 3((x + \frac{5}{6})^2 + \frac{23}{36})$. Dette muliggjør følgende flytdiagram:

$$x \xrightarrow{+\frac{5}{6}} x+\frac{5}{6} \xrightarrow{(\cdot)^2} \left(x + \frac{5}{6}\right)^2 \xrightarrow{+\frac{23}{36}} (x + \frac{5}{6})^2 + \frac{23}{36} \xrightarrow{\cdot 3} 3x^2 + 5x + 4 = f(x)$$

42. Ettpunktsformelen for rette linjer gir $y - 0 = \frac{100-0}{212-32}(x - 32)$. Dette kan omformes til samme ligning som i Eksempel 19.
43. $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$, der x er temperaturen målt i grader Celsius.
44. Denne funksjonen adderer 5 til et tall.
47. **a)** $y = 2x^2 + 3x + 1$ **b)** $a = 5$, $b = 2$,$c = 0$ og $d = 1$.



48. Verdimengden er $-8 \leq y \leq 8$.



49. Vi ser av grafen at det svarer nøyaktig en y-verdi til hver x-verdi.
51. C viser flaggheising med kort pause mellom hvert drag. A er flaggheising som skjer jevnt uten synlige pauser. F er helt urealistisk. Dette svaret velges av noen elever fordi grafen ser ut som en flaggstang.
54. Samme stigningstall hele vegen betyr at bensinforbruk per kilometer er konstant. De vertikale linjene indikerer at det fylles bensin på tanken.
56. **a)** $h(2) = 12,2$ og $v(2) = -4,6$, så høyden og farten til ballen etter 2 sekunder er henholdsvis 12,2 m og 4,6 m/s nedover. **b)** Når ballen kastes rett opp, kan ikke høyden bli negativ, med mindre avgrunnen åpner seg under mannen. Står han på kanten av et stup, er det også mulig at et vindpust kan få ballen til å falle utfor stupet. Ballen treffer bakken når $h(t) = 0$. Ved å løse denne ligningen får vi $t = 3,18$, dvs. etter 3,18 s. **c)** Når ballen er på det høyeste, er $v(t) = 0$. Det gir $t = 1,53$, slik at vi har størst høyde for $h(1,53) = 13,28$. Alternativt kan dette finnes ved hjelp av parabelens symmetrilinje. **d)** $v(t) = -15$ gir

$t = 3,06$. Vi har $h(3,06) = 1,8$,så ballen er på samme høyde som da den ble kastet. Farten er nå like stor nedover som den var oppover da den ble kastet.
58. Farten var 41,46 m/s = 149,2 km/h. Legg merke til at bremselengden er omtrent 25 ganger så lang som i Eksempel 24 og farten 5 ganger så stor.
60. **a)** $t = \frac{5}{4} = 1,25$, så bilen står i ro etter 1,25 s. **b)** 6,25 m **c)** $t = \frac{v}{8}$. **d)** $s = \frac{v^2}{8}$. Vi ser at bremselengden er proporsjonal med kvadratet av farten.
62. Nullpunktene er $x = 2$ og $x = 5$. Siden grafen til en andregradsfunksjon er speilsymmetrisk, må symmetrilinja ligge midt mellom nullpunktene, dvs. $x = 3,5$.
64. **a)** $T(x) = \frac{1}{2} \cdot EB \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot (4 - x) \cdot (4 - x)$. Andre kvadratsetning og divisjon med 2 gir nå uttrykket i oppgaveteksten. **b)** De to trekantene er kongruente. Begge trekanter er rettvinklede og likebeinte der de to like beina har lengde $4 - x$. Dermed må de ha samme areal. **c)** $A(x) = 4^2 - 2 \cdot T(X) - 2 \cdot \frac{1}{2}x^2 = 16 - (16 - 8x + x^2) - x^2 = 8x - 2x^2$. **d)** Størst areal får vi når det blå rektanglet er et kvadrat, dvs, $x = 2$. Nullpunktene til $A(x)$ har vi for $x = 0$ og $x = 4$, så maksimum ligger midt mellom 0 og 4, jfr. oppgave 62.
65. **i)** $x \cdot y = 30$, som er omvendt proporsjonalitet. **ii)** Ser blant annet at når x dobles, så firedobles y. Har at y er proporsjonal med kvadratet av x, f.eks. bremselengde som funksjon av fart. $y = \frac{1}{180} \cdot x^2$. **iii)** Har $\frac{y}{x} = 50$ eller $y = 50x$, som er en proporsjonalitet.
71. **a)** 432 liter **b)** $V(x) = (3 - 2x)^2 \cdot x = (9 - 12x + 4x^2)x = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ **c)** $0 < x < 1,5$. **d)** Størst volum for $x = 0,5$. Størst verdi $V(0,5) = 2$.
72. Nullpunktene er $x = 1$, $x = 4$ og $x = 7$. Tredjegradsfunksjon med $f(x) = x^3 - 12x^2 + 39x - 28$. En funksjon med nullpunkter $x = -2$,$x = 2$ og $x = 4$ er $g(x) = (x + 2)(x - 2)(x - 4)$.
76. $f(x) = 500 \cdot 0,5^x$. Etter 2,5 år er det $f(2,5) = 88$ dyr. Det var $f(-1,3) = 1231$ dyr for 1,3 år siden.
77. **a)** 100 **b)** 10 **c)** $\sqrt{16}^3 = 64$ **d)** 10, fordi $10^3 = 1000$. **e)** 2, fordi $2^5 = 32$.
78. $K_n = 5000 \cdot 1,06^n$. Etter 5 år $K_5 = 6691$kr heves.
80. Grafen nærmer seg $y = 10$ når x vokser, for da vil e^{-2x} nærme seg 0.